Created with a trial version of Syncfusion Essential PDF

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

TOÁN KINH TẾ

(Dùng cho sinh viên hệ đào tạo đại học từ xa)

Lưu hành nội bộ

HÀ NỘI - 2007

TOÁN KINH TẾ

Biên soạn : PGS.TS. NGUYỄN QUẢNG

TS. NGUYỄN THƯỢNG THÁI

LỜI NÓI ĐẦU

Nhằm đáp ứng nhu cầu giảng dạy và học tập môn học *Toán kinh tế dành* cho sinh viên hệ đào tạo đại học từ xa, Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông (Học viện) tổ chức biên soạn tập Sách hướng dẫn học tập (*Sách HDHT*) môn học *Toán kinh tế* theo đúng chương trình đào tạo Cử nhân ngành Quản trị kinh doanh của Học viện.

Tập sách được biên soạn trên cơ sở kế thừa, chọn lọc bổ sung tập giáo trình *Toán chuyên ngành* đã được Nhà xuất bản Bưu điện ấn hành vào tháng 9 năm 2003 và các bài giảng *Toán kinh tế* đã được sử dụng, giảng dạy cho chương trình đào tạo đại học chính quy ngành Quản trị Kinh doanh tại Học viện.

Nội dung tập sách được cấu trúc gồm 7 chương:

Chương 1. Các kiến thức mở đầu về phương pháp tối ưu

Chương 2. Mô hình tối ưu tuyến tính

Chương 3. Một số mô hình tối ưu tuyến tính khác

Chương 4. Các bài toán tối ưu trên mạng.

Chương 5. Phương pháp mô hình hoá và mô hình toán kinh tế.

Chương 6. Lý thuyết Phục vụ đám đông

Chương 7. Lý thuyết quản lý dự trữ.

Để tạo điều kiện thuận lợi cho sinh viên có khả năng tự học, tự nghiên cứu, các tác giả không đi sâu vào các vấn đề lý luận và kỹ thuật toán học phức tạp, mà chỉ tập trung trình bày, giới thiệu những kiến thức cơ bản chủ yếu thiết thực và cập nhật, làm cơ sở cho việc học tập nghiên cứu phân tích kinh tế nói chung và học tập các môn chuyên ngành Quản trị kinh doanh. Ở cuối mỗi chương, sau phần khái quát và tóm tắt các vấn đề cơ bản, chủ yếu của lý thuyết, các tác giả đưa ra các bài tập mẫu và phân tích cách giải để người học có thể tự giải được những bài toán liên quan đến lý luận đã học. Phần bài tập cuối mỗi chương cũng sẽ giúp người học tự nghiên cứu, vận dụng các lý luận đã học vào phân tích, lý giải các nội dung thực tiễn liên quan.

Mặc dù các tác giả đã đầu tư nghiên cứu chọn lọc biên soạn nghiêm túc để đáp ứng yêu cầu giảng dạy và học tập của môn học, nhưng chắc tập sách sẽ không tránh khỏi những thiếu sót nhất định. Các tác giả rất mong nhận được sự góp ý của bạn bè đồng nghiệp, bạn đọc và các bạn sinh viên để lần xuất bản sau được hoàn thiện hơn.

CÁC TÁC GIẢ

CHƯƠNG TRÌNH
PTIT
ĐÀO TẠO ĐẠI HỌC TỪ XA

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
Km10 Đường Nguyễn Trãi, Hà Đông-Hà Tây
Tel: (04).5541221; Fax: (04).5540587
Website: http://www.e-ptit.edu.vn; E-mail: dhtx@e-ptit.edu.vn

CHƯƠNG I: MỘT SỐ KIẾN THỨC MỞ ĐẦU

1.1. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU CỦA MÔN HỌC

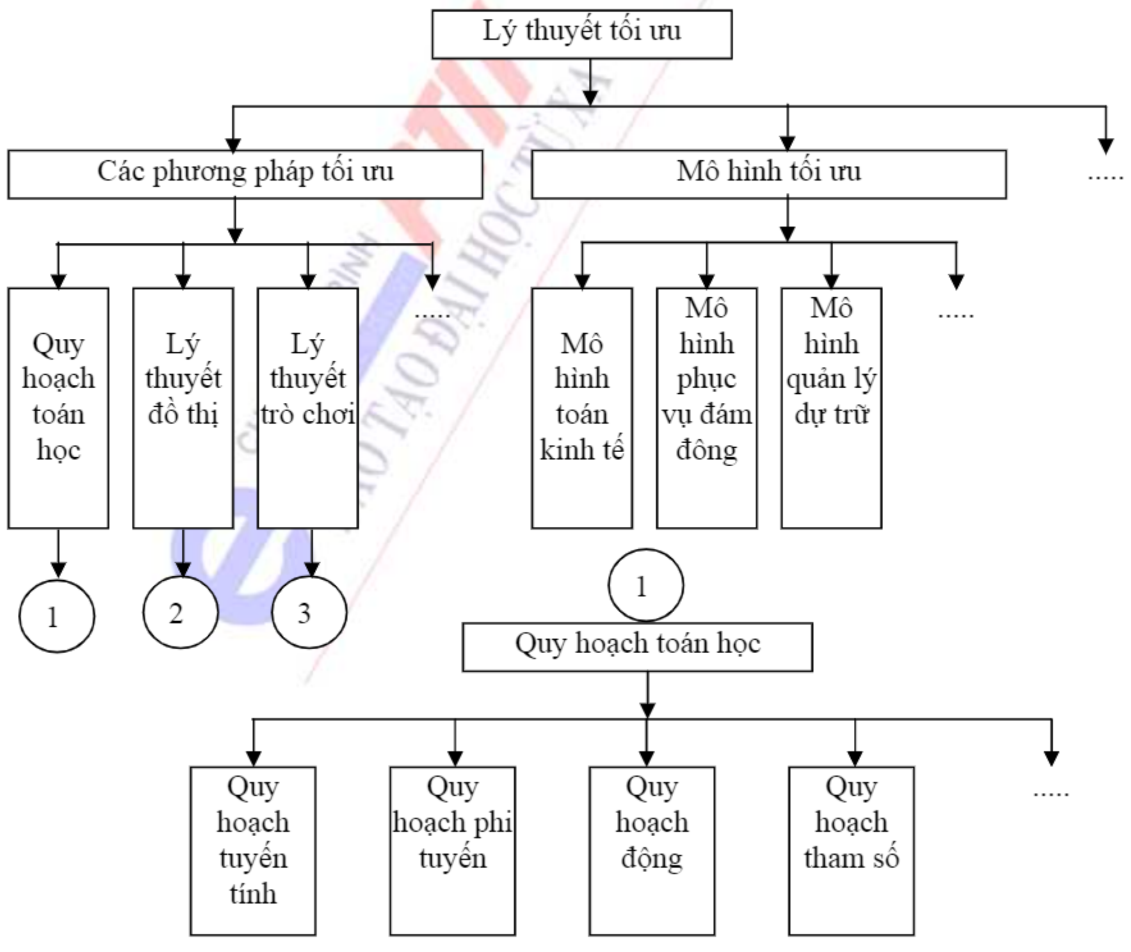
1.1.1. Tổng quan về tối ưu hoá.

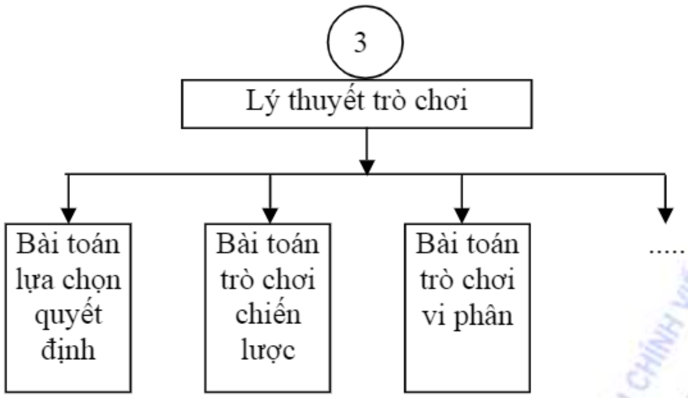
Trong hoạt động thực tiễn, nhất là trong quá trình quản lý, điều khiển hệ thống kinh tế - xã hội, chúng ta luôn mong muốn đạt được kết quả tốt nhất theo các tiêu chuẩn nào đó. Tất cả những mong muốn đó thường là lời giải của những bài toán tối ưu nào đó. Mỗi vấn đề khác nhau của thực tế dẫn đến các bài toán tối ưu khác nhau. Để giải các bài toán đó, một loạt các lý thuyết toán học ra đời để đặt cơ sở lý luận, đề đưa ra các giải pháp tìm lời giải, chứng minh tính hội tụ, tính khả thi của các bài toán thực tế v.v. Từ đó hình thành một lớp các phương pháp toán học giúp ta tìm ra lời giải tốt nhất cho các bài toán thực tế, gọi là các phương pháp tối ưu hóa. Lớp các phương pháp tối ưu hóa bao gồm nhiều lý thuyết toán học khác nhau, tiêu biểu là: Qui hoạch toán học, lý thuyết trò chơi, lý thuyết đồ thị v.v.

Trong qui hoạch toán học, tiêu biểu là Qui hoạch tuyến tính, Qui hoạch phi tuyến, Qui hoạch động, Quy hoạch tham số, Qui hoạch nguyên v.v.

Trong lý thuyết trò chơi, tiêu biểu là Lý thuyết lựa chọn quyết định, Bài toán trò chơi chiến lược, bài toán trò chơi vi phân v.v. Trong Lý thuyết đồ thị có các bài toán tối ưu trên mạng, bài toán PERT, Các bài toán đường đi v.v.

Các lớp phương pháp toán học thuộc Lý thuyết tối ưu có thể biểu diễn bởi sơ đồ sau:





1.1.2. Bài toán tối ưu tổng quát.

Bài toán quy hoạch toán học tổng quát được phát biểu như sau:

Cực đại hóa (*cực tiểu hóa*) hàm $f(x) \to \max (\min)$ (1.1)

Với các điều kiện: $g_i(x) \le (=, \ge)\ b_i \quad (i = \overline{1,m})$ (1.2)

$$x \in X. \subset IR^n. \qquad (1.3)$$

Hàm $f(x)$ cho ở (1 -1) gọi là hàm mục tiêu.

Các hàm $g_i(x)$ $(i = \overline{1,m})$ gọi là hàm ràng buộc.

Tập hợp $D = \{x \in X \mid g_i(x) \le (=, \ge)\ b_i,\ i = \overline{1,m}\}$ (1.4)

Gọi là miền ràng buộc chấp nhận được.

- Mỗi một bất đẳng thức, đẳng thức trong (1.2) gọi là một ràng buộc của bài toán (1.1) - (1.2) - (1.3)

- Điểm $x = (x_1, x_2, ..., x_n) \in D$ gọi là một phương án của bài toán (1.1) - (1.2) - (1.3) hay là một giải pháp chấp nhận được.

- Một phương án $x^* \in D$ làm cực đại (*cực tiểu*) hàm mục tiêu gọi là phương án tối ưu (*hay lời giải hoặc phương án tốt nhất*).

Theo định nghĩa trên thì $x^* \in D$ là phương án tối ưu khi và chỉ khi

$f(x^*) \ge f(x), \forall x \in D$, (*đối với bài toán max*) hay

$f(x^*) \le f(x), \forall x \in D$, (*đối với bài toán min*).

Giá trị $f(x^*)$ gọi là giá trị tối ưu (*tốt nhất*) của hàm mục tiêu, hay là giá trị tối ưu của bài toán (1.1) - (1.2) - (1.3).

1.1.3. Phân loại các bài toán tối ưu.

a - Nếu hàm mục tiêu $f(x)$ và các ràng buộc $g_i(x)$ là hàm tuyến tính (*bậc 1*) thì bài toán (1.1) - (1.2) - (1.3) gọi là một Qui hoạch tuyến tính . (*trường hợp riêng là bài toán vận tải*).

b - Nếu biểu thức hàm mục tiêu $f(x)$ và các ràng buộc $g_i(x)$ $(i = \overline{1,m})$ là hàm phụ thuộc tham số, thì bài toán (1.1) $\div$ (1.3) gọi là qui hoạch tham số.

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
Km10 Đường Nguyễn Trãi, Hà Đông-Hà Tây
Tel: (04).5541221; Fax: (04).5540587
Website: http://www.e-ptit.edu.vn; E-mail: dhtx@e-ptit.edu.vn
PTIT
CHƯƠNG TRÌNH ĐÀO TẠO ĐẠI HỌC TỪ XA

c - Nếu bài toán (1.1) ÷ (1.3) được xét trong quá trình nhiều giai đoạn hoặc trong quá trình thay đổi theo thời gian thì gọi là Qui hoạch động.

d - Nếu bài toán (1.1) ÷ (1.3) mà hàm mục tiêu f(x) hoặc có ít nhất một trong các hàm $g_i(x)$, ($i = \overline{1,m}$) là phi tuyến thì gọi là Qui hoạch phi tuyến, trường hợp riêng là Qui hoạch lồi hoặc Qui hoạch lõm.

Qui hoạch lồi (*lõm*) là Qui hoạch toán học mà hàm mục tiêu f(x) là lồi (*lõm*) trên tập hợp các ràng buộc D lồi (*lõm*).

e - Nếu bài toán (1.1) ÷ (1.3) mà miền ràng buộc D là tập rời rạc thì gọi là Qui hoạch rời rạc.

g - Nếu bài toán(1.1) ÷ (1.3) có các biến $x_i \in IR^1$ là thành phần i trong véc tơ $x \in X \subset IR^n$, chỉ nhận các giá trị nguyên, thì gọi là Qui hoạch nguyên.

h - Nếu bài toán (1.1) ÷ (1.3) mà các biến $x_i \in IR^1$ chỉ nhận các giá trị O hoặc 1, gọi là Qui hoạch Bul (x_i là thành phần i của véc tơ x).

i - Nếu bài toán (1.1) ÷ (1.3) mà trên miền D ta xét đồng thời nhiều mục tiêu khác nhau, gọi là Qui hoạch đa mục tiêu v.v.

1.1.4. Nội dung nghiên cứu của môn học.

a. Quy hoạch tuyến tính.

b. Bài toán vận tải.

c. Bài toán tối ưu trên mạng.

d. Mô hình kinh tế và mô hình toán kinh tế.

e. Mô hình phục vụ đám đông.

g. Mô hình quản lý dự trữ.

1.2. CƠ SỞ GIẢI TÍCH LỒI.

1.2.1. Không gian tuyến tính n chiều (R^n).

a. Véc tơ n chiều.

Một hệ thống được sắp , gồm n số thực, dạng $x = (x_1\ x_2, ..., x_n)$, gọi là một véc tơ n chiều.

Thí dụ: x = (4, 0, 5, 10, 15) là một véc tơ 5 chiều.

Các số x_i, $i = \overline{1,n}$, gọi là thành phần thứ i của véc tơ x.

Hai véc tơ $x =(x_1, x_2, ..., x_n)$ và $(y_1, y_2, ..., y_n)$ gọi là bằng nhau, nếu $x_i = y_i$, ($i =\overline{1,n}$). Khi đó ta viết $x \equiv y$.

Vậy $x \equiv y \Leftrightarrow x_i = y_i$, ($i = \overline{1,n}$).

Cho hai véc tơ $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$

$y = (y_1, y_2, ..., y_n)$ và $\alpha \in R^1$.

Ta định nghĩa phép cộng hai véc tơ x và y là véc tơ x+y, được xác định như sau:

$$x+y= (x_1+ y_1, x_2 + y_2, ..., x_n + y_n) \tag{1.5}$$

Phép nhân véc tơ x với một số $\alpha \in R^1$ là véc tơ αx, được xác định như sau:

$$\alpha x = (\alpha x_1, \alpha x_2, ..., \alpha x_n) \quad (1.6)$$

- Véc tơ θ = (0, 0, ..., 0) gồm các thành phần toàn là số 0, gọi là véc tơ không.

* Các tính chất của phép cộng véctơ và nhân véctơ với một số.

- Nếu x và y là hai véctơ n chiều thì x+y cũng là véc tơ n chiều.
- Với mọi véc tơ n chiều x và y ta đều có: x+y =y+x.
- Với mọi véc tơ n chiều x, y và z ta đều có: x + (y+z) = (x+y) +z.
- Luôn tồn tại véctơ θ n chiều sao cho θ+x = x+θ =x.
- Mỗi véctơ n chiều x luôn tồn tại véc tơ n chiều -x sao cho: x+ (-x)=(-x) +x = θ
- $\forall$ k$\in$R và với mọi véc tơ n chiều x thì kx cũng là véc tơ n chiều.
- $\forall$ k$\in$R và với mọi véc tơ n chiều x và y ta có: k (x+y) = kx+ky.
- $\forall$ l, k$\in$R và với mọi véc tơ n chiều x ta luôn có: (k +l) x = kx +lx.
- $\forall$ l, k$\in$R và với mọi véc tơ n chiều x ta luôn có: k(lx) = (kl) x.
- Mọi véc tơ n chiều ta luôn có: 1.x = x.

b. Không gian tuyến tính n chiều Rn.

Tập hợp tất cả các véc tơ n chiều, trong đó xác lập phép toán cộng Véc tơ và nhân véc tơ với một số thực như (1.5) và (1.6) và thoả mãn 10 tính chất nêu trên, gọi là một không gian tuyến tính n chiều. Ký hiệu IR^n.

1.2.2. Một số tính chất đối với véc tơ trong R^n.

a. Định nghĩa.

Các véc tơ $x^i \in R^n$, $i = \overline{1,m}$, gọi là độc lập tuyến tính nếu

$$\sum_{i=1}^{m} \alpha_i x^i = \theta \Leftrightarrow \alpha_i = 0, \forall i = \overline{1,m}.$$

- Nếu tồn tại ít nhất một số $\alpha_j \neq 0$, $1 \le j \le m$, sao cho $\sum_{i=1}^{m} \alpha_i x^i = \theta$, thì ta nói rằng các véc tơ $x \in R^n$, $i =\overline{1,m}$, là phụ thuộc tuyến tính.

- Nếu tồn tại véc tơ $x^i \in R^n$, sao cho: $x = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i x^i$, với ít nhất một $\alpha_i \neq 0$, $1 \le i \le m$, thì x gọi là tổ hợp tuyến tính của các véc tơ x^i, $(i =\overline{1,m})$.

- Nếu $x = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i x^i$ với $\alpha_i \ge 0$, $i = \overline{1,m}$, và $\sum_{i=1}^{m} \alpha_i = 1$ thì x gọi là tổ hợp lồi của các véc tơ x^i, $i = \overline{1,m}$.

- Trong không gian véc tơ R^n, hệ n Véc tơ độc lập tuyến tính lập thành cơ sở của IR^n.

Giả sử $C^1, C^2, ..., C^n$ là một cơ sở của R^n, khi đó $\forall x \in R^n$ đều có thể biểu diễn tuyến tính một cách duy nhất qua các Véc tơ cơ sở. C^i, $(i =\overline{1,n})$.

b. Cho hai véc tơ bất kỳ x, y$\in$ R^n, x = (x_1, x_2, ... x_n) và y = (y_1, y_2, ..., y_n) , ta gọi tích vô hướng của hai véc tơ x và y là một số thực, ký hiệu là <x, y>, được xác định như sau:

$$<x, y> = \sum_{i=1}^{m} x_i y_i .$$

- Độ dài của Véc tơ x $\in$ R^n là số thực, ký hiệu $\|x\|$, được xác định như sau $\|x\| = \sqrt{<x, x>} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$

- *Chú ý:* Tích vô hướng hai véc tơ có các tính chất sau:

b_1, $< x, y > = < y, x >$. (*Tính giao hoán*) $\forall$ x, y $\in$ R^n .

b_2, $< x^1+x^2, y > = < x^1, y > + < x^2, y >$, $\forall$ x^1, x^2, y $\in$ R^n.

(Tính phân phối đối với phép cộng).

b_3, $< \lambda x, y > = \lambda < x, y >$, $\forall\lambda \in R^1$, $\forall$ x, y $\in$ R^n.

b_4> $< x, x > \geq 0$ $\forall$x $\in$ R^n, dấu bằng xảy ra khi x = θ .

Với mỗi $\forall$x, y $\in$ R^n, ta định nghĩa khoảng cách giữa hai véc tơ x, y, ký hiệu ρ (x, y) là số thực, được xác định như sau:

$$\rho(x, y) = \| x - y \| = \sqrt{<x-y, x-y>} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2} .$$

Chú ý: Khoảng cách giữa hai véc tơ x, y $\in$ R^n, chính là độ dài của véc tơ hiệu x+ (-1)y: = x - y. (*Hiệu của hai Véc tơ*).

1.2.3. Không gian Ơclít.

Một không gian tuyến tính n chiều, trong đó xác định phép toán tích vô hướng, do đó xác định một khoảng cách giữa hai véc tơ, gọi là không gian Ơclít, ký hiệu IR^n.

1.2.4. Tập Compact.

a. Các định nghĩa.

Dãy $\{x^k\} \subset |R^n$, gọi là hội tụ đến điểm $x^o \in IR^n$ khi k$\to\infty$, nếu $\lim_{k\to\infty} \rho(x^k, x^o) = 0$. Khi đó ta nói $\{x^k\}$ có giới hạn là x^o khi $k \to \infty$, và viết: $\lim_{k\to\infty} x^k = x^o$.

- Một tập hợp S = {x$\in IR^n$: ρ(x, a) ≤ r, a$\in$ IR^n, r $\in$ IR^1}, gọi là một hình cầu tâm a, bán kính r trong IR^n.

- Hình cầu S nói trên, tạo thành một lân cận của điểm a, gọi là r -lân cận của a.

- Cho tập hợp A $\subset$ IR^n, điểm x$\in$ A được gọi là điểm trong của A nếu $\exists\,\varepsilon$ - lân cận của x nằm trọn trong A.

- Điểm x $\in$ A $\subset$ IR^n, được gọi là điểm biên của A, nếu mọi lân cận của x đều có chứa các điểm thuộc A và các điểm không thuộc A.

- Cho tập hợp A $\subset$ IR^n, ta nói tập hợp A là giới nội nếu $\exists$ hình cầu chứa trọn nó, nghĩa là $\exists$ số thực r đủ lớn và điểm a$\in$ IR^n sao cho $\forall$x$\in$ A ta đều có ρ(x, a) < r.

* **Nhận xét**. Từ định nghĩa của dãy hội tụ và tập giới nội, ta suy ra, một dãy $\{x^k\} \subset IR^n$, hội tụ bao giờ cũng giới nội.

- Một tập hợp $G \subset IR^n$ được gọi là mở, nếu $\forall x \in G$, tồn tại một hình cầu tâm x chứa trọn trong G.

- Một tập hợp $F \subset IR^n$ được gọi là đóng, nếu như mọi dãy hội tụ $\{x^k\} \subset F \subset IR^n$, đều hội tụ đến một điểm $x^o \in F$.

* **Nhận xét**. Một tập hợp chứa mọi điểm biên của nó là một tập hợp đóng.

b. Tập Compact.

- Tập hợp $C \subset IR^n$ được gọi là tập hợp Compắct nếu từ mọi dãy vô hạn $\{x^k\} \subset C$, đều có thể trích ra một dãy con $\{x^k n\}$ hội tụ đến một phần tử thuộc C.

- Một tập C là Compact khi và chỉ khi C đóng và giới nội.
- Tập Compact M của tập đóng C cũng đóng trong C.
- Tập con M đóng $\subset$ C Compact cũng là tập Compact.
- Hàm f(x) liên tục trên tập Compact C sẽ đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất trên C.

1.2.5. Đường thẳng, đoạn thẳng, siêu phẳng.

a. Định nghĩa đường thẳng và đoạn thẳng trong IR^n.

- Cho hai điểm a, b $\in |R^n$. Ta gọi đường thẳng qua a, b là tập hợp các điểm $x \in IR^n$ có dạng: $x = \lambda a + (1 - \lambda)b, \lambda \in IR^1$

- Nếu $0 \le \lambda \le 1$ thì ta có đoạn thẳng nối hai điểm a, b, ký hiệu [a, b].

Chú ý - Trong không gian hai chiều IR^2, phương trình bậc nhất ax + by = c, xác định một đường thẳng, một bất phương trình $ax+by \le c$ hoặc $ax+by \ge c$, xác định nửa mặt phẳng trong IR^n.

- Trong không gian ba chiều IR^3, một phương trình bậc nhất ax+by+cz=d xác định một mặt phẳng, một bất phương trình bậc nhất $ax+by+cz \le d$ hoặc $ax + by + cz \ge d$ xác định một nửa không gian. Ta mở rộng kết quả trên cho không gian IR^n.

b. Siêu phẳng trong IR^n.

- Siêu phẳng trong không gian IR^n là tập hợp tất cả các điểm $x = \langle x_1\ x_2,..\ x_n \rangle \in IR^n$, thoả mãn phương trình bậc nhất:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_n x_n = \alpha.$$

- Một bất phương trình bậc nhất dạng $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i \le \alpha$ hoặc $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i \ge \alpha$ xác định một nửa không gian đóng trong IR^n .

1.2.6. Tập hợp lồi .

a. Định nghĩa.

Tập hợp $x \subset IR^n$ được gọi là tập hợp lồi nếu cùng với việc chứa hai điểm x, y, nó chứa cả đoạn thẳng nối hai điểm ấy.

Điều này có nghĩa là $X = \{z \in |R^n: z = \lambda a + \langle 1- \lambda \rangle b,\ a, b \in IR^n, \lambda \in [0, 1]\}$